極めて短いパルス光の共鳴散乱について(IV. 光の共鳴散乱とホットルミネッセンス,強結合電子・格子系の動的物性,科研費研究会報告)

久保, 亮五

極めて短いパルス光の共鳴散乱について

慶応義塾大学理工学部物理学教室　久保亮五

原子や原子核に電磁波が入射して共鳴散乱が起るとき，その共鳴準位の寿命とパルスの継続時間の大小によって散乱過程にちがいがある。パルスを無限に続く正弦波の重ね合せに分解してしまえば，問題はバンドの幅広さだけのようでもある。一方，減衰がおそい振動子を短いパルスで叩いても有効に振動を励起することはできないから，短いパルスの共鳴散乱は弱い。　専門家にとっては当り前かもしれないが，この二つの見方が同等であることをこれまであまり認識してはいなかった。のみならず，これに関連してさらにいくつかの疑問も起ってくる。これは研究成果というようなものではないが，自分の心覚えとして記しておく。幸いにして読者の興味をひき，さらに不明なところを御教示頂ければ幸いである。

1. 固有振動数 ω_0，減衰率 2γ をもつ束縛電子に振動電場のパルス

$$E(t) = E_0 \cos(\omega t + \delta)\,\phi(t) \tag{1}$$

が働らくとする。$\phi(t)$ の典型としては次の二つを考える。

a) $\phi(t) = 0, \quad t < 0 . \qquad \phi(t) = e^{-\Gamma t} \quad 0 < t$ (2a)

b) $\phi(t) = 0 \quad t < 0,\ T < t, \qquad \phi(t) = 1 \quad 0 < t < T$ (2b)

振動子の運動方程式は，e を電荷，m を質量として

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = eE(t)/m, \qquad t<0 \text{ では } x = \dot{x} = 0 \tag{3}$$

である。$x(t)$，$E(t)$ の Fourier-Laplace 変換を $x[\omega]$，$E[\omega]$ と記せば

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} x[\omega]\, e^{i\omega t} d\omega, \qquad E(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} E[\omega]\, e^{i\omega t} d\omega \tag{4}$$

$$x[\omega] = \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\omega\gamma}\;\frac{eE[\omega]}{m} \tag{5}$$

である。パルス $E(t)$ によって，振動子を含む単位面積を通して運ばれるエネルギー S は

$$S = \frac{c}{4\pi}\int_0^{\infty} E(t)^2 dt = \frac{c}{4\pi}\,\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |E[\omega]|^2 d\omega = \int_0^{\infty} S(\omega)\, d\omega \tag{6}$$

とかかれる。こゝに

$$S(\omega) = \frac{c}{4\pi^2}\,|E[\omega]|^2 = \hbar\omega\, dN_\omega \tag{7}$$

とおけば，dN_ω は振動数幅 $d\omega$ あたりのフォトン数である。減衰係数 γ のうち，輻射減衰による部分を γ_R とすれば，

$$W = 2m\gamma_R \int_0^{\infty} \dot{x}(t)^2 dt = \frac{m\gamma_R}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |\dot{x}[\omega]|^2 d\omega \tag{8}$$

は，誘起された双極子振動によって輻射（共鳴散乱）されるエネルギーの総量である。(5)を用い，$\gamma \ll \omega_0$ として(8)は

$$W = \sigma_{res}\int_0^{\infty} \frac{\gamma^2}{\gamma^2 + (\omega - \omega_0)^2}\, S(\omega)\, d\omega \tag{9}$$

の形にかかれる。こゝに $\sigma_{res} = 2\pi e^2\gamma_R / mc\gamma^2$ であるが；古典電子半径 $a_e = 2e^2/3mc^2$ 電子の減衰 $2\gamma_e = a_e^2\omega_0^2/c$ により，

$$\sigma_{res}^{e} = 2\pi e^2/mc\gamma_e = 3\lambda_0^2/2\pi \tag{10}$$

が，古典的束縛電子の共鳴散乱断面積である。束縛電子に限らず，一般に2準位共鳴系をこのような振動子模型で表わすことにすれば，(9)の σ_{res} として　その系に適切なものをとればよい。

入射光のスペクトル $S(\omega)$ が ω_1 のまわりに（γ よりも）鋭いピークをもつ場合には，(9)は

$$W = \sigma_{res}\frac{\gamma^2}{(\omega_1-\omega_0)^2+\gamma^2}S \qquad (11)$$

を与える。正確な共鳴 ω_1 の光に対する散乱断面積が σ_{res} である。逆に $S(\omega)$ が γ に比べて幅広ければ，(9)は

$$W = \sigma_{res}\,\pi\gamma S(\omega_0) \qquad (12)$$

となる。すなわち入射光のスペクトルのうち，ω_0 の附近の幅 $\pi\gamma$ だけが散乱される。

(2 a, b) のパルスのそれぞれに対して

$$S(\omega) = \frac{S}{\pi}\frac{\Gamma}{\Gamma^2+(\omega-\omega_1)^2} \quad (13a), \qquad S(\omega) = \frac{2S}{\pi T}\left[\frac{\sin\frac{(\omega-\omega_1)T}{2}}{(\omega-\omega_1)}\right]^2 \qquad (13b)$$

である。Γ が小さいとき，T が大きいとき（長いパルス），そのスペクトルは鋭く，(11)が成立つ。極めて短いパルスでは，Γ^{-1} または T が小さく，(12) に該当するが，(13 a, b)によればそれぞれ

$$W = \sigma_{res}\frac{\gamma\Gamma}{\Gamma^2+(\omega_1-\omega_0)^2}S \ (14a) \qquad W = \sigma_{res}\frac{\gamma T}{2}S \qquad (14b)$$

となる。これらは(12)のことであるが，見方を変えてパルスが短かいと散乱断面積が実効的に小さくなった，と考えてもよかろう。次節に示すように，誘起される振動子振幅は，長いパルスの場合に比べて短いパルスでは（$\omega_1=\omega_0$ として）γ/Γ，あるいは γT の割合で小さくなっている。(14a, b) を散乱光が出ている時間 $1/\gamma$ で割れば散乱光の強さ I_s であるが，入射光の強さ I_{in} は，$S\Gamma$ または S/T であるから，

$$I_s/I_{in} = \sigma_{res}\gamma^2/\Gamma^2 \quad \text{または} \quad \sigma_{res}(\gamma T)^2/2 \qquad (15)$$

これらは実際，誘起振幅の2乗に比例している。

2. このことはもっと直接に示される。共鳴を(9)のように簡単化するのであれば，これに対応して運動方程式(3)を

$$\dot{u} - i\omega_0 u + \gamma u = F(t), \qquad F(t) = F_0 e^{i\omega_1 t + i\delta}\phi(t) \qquad (16)$$

でおきかえてよい。この方程式の解は $u(t)=0 \ (t<0)$ として

$$u(t) = \int_0^t e^{(i\omega_0-\gamma)(t-t')}F(t')dt' \qquad (17)$$

である。入射エネルギー，散乱エネルギーは直接，時間積分として

$$S \propto \int_0^\infty |F(t)|^2dt, \qquad W \propto \gamma_R\int_0^\infty |u(t)|^2dt \qquad (18)$$

から計算すればよい。散乱光を時間的に観測するのであれば，窓を開けている時間だけ積分すればよいから，ω ドメインの表式よりもこの方が都合がいい。(2 a, b) を(17)に入れれば，指数関数型パルス(a)では

$$u(t) = F_0 e^{i\delta}\frac{e^{(i\omega_1-\Gamma)t}-e^{(i\omega_0-\gamma)t}}{\gamma-\Gamma+i(\omega_1-\omega_0)} \qquad t>0 \qquad (19a)$$

箱型パルス(b)では

$$u(t) = F_0 e^{i\delta}\frac{e^{i\omega_1 t}-e^{(i\omega_0-\gamma)t}}{\gamma+i(\omega_1-\omega_0)} \qquad 0<t<T$$

$$u(t) = F_0 e^{i\delta} \frac{e^{i\omega_1 T} - e^{(i\omega_0 - \gamma)T}}{\gamma + i(\omega_1 - \omega_0)} e^{(i\omega_0 - \gamma)(t-T)} \qquad T < t \qquad (19b)$$

となる。(19a) に対しては

$$W = \sigma_{res} \frac{\gamma + \Gamma}{\gamma} \frac{\gamma^2}{(\gamma+\Gamma)^2 + (\omega_1 - \omega_0)^2} S \qquad (20)$$

が，$\gamma \lessgtr T$ の一般のΓについて成立つ。(19b) からの計算は初等的であるが式が長いのでここには省く。短いパルスの極限では(19b)は

$$u(t) \simeq F_0 e^{i\delta} T e^{(i\omega_0 - \gamma)(t-T)} \qquad (21)$$

充分長いパルスに対しては

$$u(t) = F_0 e^{i\delta + i\omega_1 T + (i\omega_0 - \gamma)(t-T)} / \{\gamma + i(\omega_1 - \omega_0)\} \qquad (22)$$

であるから，(21) は短いパルスによって誘起される振動の振幅が，長いパルスの場合に比べて $T\{\gamma + i(\omega_1 - \omega_0)\}$ の割合で小さくなることを示している。これは前節の終りに言ったことである。

光のバンチは一般に

$$F(t) = \sum_j F_j e^{i\delta_j + i\omega_j t} \phi_j(t - t_j)$$

のように，多数のパルスから成る。$|F(t)|^2$が続いていることを一つのパルスと混同してはいけない。散乱光のエネルギーは結局，$|F(\omega)|^2$の平均できまるが，フォトンの相関やその他の非線型効果を問題にすれば$S(\omega)$だけではないバンチの特性を知らなければならない。

3．この話は元来，SOR 光源からのX線をMössbauer 核結晶で共鳴散乱させる，という問題を理解する必要から起った。これは世界的に相当関心が高いらしいが，実験はあまり成功していない。理論的にはKaganらの研究が最も進んでいる。Mössbauer線幅は10^{-8}eVの鋭さであるから，うまくゆけば極めて指向性単色性が良いコヘレントなガンマ線束が得られる，という魅力的な話で，菊田氏らは最近，これに挑戦しようとしておられる。

SOR からの輻射は10^{-18}secくらいの極端に短かいパルスから成る10^{-9}sec 程度のバンチである。菊田氏らによればこれを10^{-3}eVくらいの幅に単色化し得る由であるが，そのパルス継続時間は10^{-11}sec，一方，線幅10^{-8}eVは10^{-7}sec，$\gamma/\Gamma \sim 10^{-4}$である。(12)式によれば結局バンド巾だけの問題で10^{4}eVの中から10^{-8}eVを拾い出すわけであるが，それでもかなりの強さの光を得る見込みがある。さらにアンデュレーターができればもっとよい。実際にむつかしい問題の一つは，電子からの散乱が強いバックグラウンドとなることである。いろいろ疑問もでてくるのであるが，その一つとして私によくわからないことは，Mössbauer核結晶中のこのように短いパルス入射X線散乱の動力学である。無限平面波展開で考えれば別にどうということもなさそうであるが，一方，誘起される2次波の振幅が小さくなると考えると，多重散乱としての効果はちがってくるようにも思える。現在，これを記している時点では何かモヤモヤしているが，本来そうむつかしいことではないのかもしれない。もうひとつ，超放射的効果として，Mössbauer核結晶では線幅の増大，すなわちγの増加が起るという理論的予言があり，ある程度の実験的証左もあるという。これもまた，私にはまだよくつかめないところがある。(文献を記す余白がなくなってしまった。Reviewを一つあげておく。そこに多数のレファレンスがある。D.C. Champeney: Rep. Prog. Phys. Vol. 42 1017-1054 (1979))。